

- 1) Halla la ecuación del plano que contiene a la recta r y es perpendicular al plano π :

$$r \equiv \begin{cases} x + 2y - 3z + 1 = 0 \\ 2x - y + z - 2 = 0 \end{cases} \quad \pi: x + 2y - 4z - 1 = 0$$

- 2) Halla la ecuación del plano que pasa por los puntos $A(2,1,0)$, $B(-1,3,5)$ y es perpendicular al plano de ecuación $x + y + z - 10 = 0$.

- 3) Halla la ecuación de la recta que contiene al punto $(1,-2,2)$ y es perpendicular a las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 + 2t \\ z = t \end{cases} \quad y \quad r' \equiv \begin{cases} 2x - y - z = 0 \\ x + 2y + z - 3 = 0 \end{cases}$$

- 4) Halla las coordenadas de un vector unitario y perpendicular al plano definido por los puntos $A(1,3,-1)$, $B(2,0,1)$ y $C(-1,1,0)$.

$$5) \text{ Dadas las rectas } r \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 3t \end{cases} \quad y \quad r' \equiv \begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 3 + 6t \\ z = 1 - t \end{cases}, \text{ se pide:}$$

(a) Estudia su posición relativa.

(b) Si se cortan, halla las coordenadas del punto de corte y, si son paralelas o se cruzan, calcula la distancia entre ellas.

- 6) Determina la ecuación del plano que pasa por el punto de intersección de los planos

$$\pi_1: x - y = 0$$

$$\pi_2: 2x + y - z = 1 \quad \text{y es paralelo al plano } x + 2y + 3z - 1 = 0.$$

$$\pi_3: 2y + z = -3$$

$$7) \text{ Calcula la distancia del punto } P(3,2,1) \text{ al plano } \alpha \equiv \begin{cases} x = -2 - s + 2t \\ y = 1 + s + 3t \\ z = 4 - s + t \end{cases}$$

$$8) \text{ Calcula la distancia del punto } P(1,0,3) \text{ a la recta } r \equiv \begin{cases} x + y = 0 \\ 2x - z = 0 \end{cases}$$

- 9) Determina el ángulo que forman el plano $\alpha: 2x - y + 3z - 1 = 0$ y la recta

$$r: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{1}.$$

- 10) Determina el ángulo de los planos $\alpha: 2x - y + 2z + 3 = 0$ y $\beta: 5x + 2y - 3 = 0$.

- 11) Halla la distancia entre las rectas r y r' en cada uno de los casos que siguen:

$$(a) \quad r: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{4} \quad r': \frac{x+1}{1} = \frac{2(y-3)}{3} = \frac{z-1}{2}$$

$$(b) \quad r \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y - 1 = \frac{z - 2}{-3} \end{cases} \quad r' \equiv \begin{cases} x - 1 = \frac{z - 1}{-1} \\ y = 0 \end{cases}$$

12) Calcula la distancia entre los planos $\alpha: x - y + z - 1 = 0$ y $\beta: -2x + 2y - 2z + 5 = 0$.

13) Dado el plano $\pi \equiv x - y + z = 0$, se pide:

(a) Calcula el simétrico del punto $P(1,0,1)$ respecto a π .

(b) Halla la recta simétrica de $r \equiv x - 1 = \frac{y}{3} = \frac{z - 1}{3}$ respecto a π .

14) Halla el volumen del tetraedro cuyos vértices son el punto $(1,1,1)$ y los puntos en que el plano $\alpha: 2x + y + z = 2$ corta a los ejes coordenados.

15) Determina m , si es posible, para que el plano de ecuación

$$2mx - 3(m - 1)y - (m + 3)z + 2m + 4 = 0 \text{ sea ortogonal a la recta } x = \frac{y}{2} = -z.$$

16) Comprueba que las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 + t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$ y $s \equiv \frac{x - 1}{1} = \frac{y + 1}{-1} = \frac{z}{3}$

se cruzan y halla la ecuación de la perpendicular común a ambas.

17) Determina la ecuación continua de la recta que pasa por $P(1, 2, 2)$ y es perpendicular a las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x + 2y - 3z - 1 = 0 \\ x + 2y - z = 0 \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} 3x - y + 3z = 0 \\ x + 4y - 2 = 0 \end{cases}$$

18) Halla los puntos simétricos de $P(1, 2, 3)$ respecto del plano $\alpha: x - 3y - 2z + 4 = 0$ y respecto de la recta $r: \begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 4x - z + 7 = 0 \end{cases}$

19) Calcula la proyección ortogonal de la recta r sobre el plano π :

$$r: \begin{cases} x = -3 + \lambda \\ y = 2 + 2\lambda \\ z = -1 + \lambda \end{cases} \quad \pi: 3x - 2y + z - 10 = 0$$

20) Halla las ecuaciones de la recta que pasa por el punto $(-1,1,0)$ y cuya dirección es perpendicular

a las de las rectas $r: \begin{cases} y = 0 \\ x = z \end{cases}$ y $r': \begin{cases} x + 3y = 2 \\ y - z = 1 \end{cases}$.

$$\text{Sol: } \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - 4t \\ z = t \end{cases}$$