EXAMEN ÁLGEBRA 1

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones: (2,25 puntos)

a) $x^4 - x^2 = 600$
b) $x^4 - x^3 - 16x^2 - 20x = 0$
c) $2x - \sqrt{3x-2} = 1$

2.- Resuelve el sistema: (1 punto)

$$\left.\begin{array}{l} \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 3 \\ x + 2y = 12 \end{array}\right\}$$

3.- Dado el sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} x^2 + y = 5 \\ x + y = 3 \end{array}\right\}$$

Resuélvelo analítica y gráficamente (1,5 puntos)

4.- Opera y simplifica: (1,5 puntos)

a) $\frac{2x+1}{x-2} \cdot \frac{x^2+x-6}{x^2+3x} =$
b) $\left(\frac{5}{x} - \frac{3x+2}{x+1}\right) : \frac{x-3}{x^2+x} =$

5.- Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones y responde a las cuestiones:

$$\left.\begin{array}{l} x + y \geq 5 \\ 2x - y < -2 \end{array}\right\}$$

(1,75 puntos)

a) Escribe tres puntos que sean solución del sistema.
b) ¿Es solución el punto (5, 1)? ¿Y el (0, 7)?

6.- Resuelve las siguientes inecuaciones: (2 puntos)

a) $\frac{x-1}{3} - \frac{x+1}{2} < 4$
b) $-2x^2 + x + 6 \geq 0$

SOLUCIONES

1.- a) $x^4 - x^2 = 600 \Rightarrow x^4 - x^2 - 600 = 0$ ecuación bicuadrada, que haciendo el cambio $\mathrm{z} = \mathrm{x}^2$, queda la ecuación de segundo grado:

$$z^2 - z - 600 = 0 \Rightarrow z = \frac{1 \pm \sqrt{1+2400}}{2} = \frac{1 \pm 49}{2} = \left\langle \begin{array}{l} 25 \\ -24 \end{array} \right.$$

$$x = \sqrt{z} = \left\langle \begin{array}{l} \pm\sqrt{25} = \pm 5 \\ \pm\sqrt{-24} = no\ existe \end{array} \right.$$

Solución: 5 y – 5

b) $x^4 - x^3 - 16x^2 - 20x = 0$ para resolver esta ecuación, factorizamos el polinomio

$$x^4 - x^3 - 16x^2 - 20x = x(x^3 - x^2 - 16x - 20) = x(x+2)(x+2)(x-5) = 0$$

	1	-1	-16	-20
-2		-2	6	20
	1	-3	-10	0

$$x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{2} = \left\langle \begin{array}{l} -2 \\ 5 \end{array} \right.$$

Soluciones: x = 0; x = -2 (doble) y x = 5

c) $2x - \sqrt{3x-2} = 1 \Rightarrow 2x - 1 = \sqrt{3x-2} \Rightarrow (2x-1)^2 = (\sqrt{3x-2})^2$

$$4x^2 - 4x + 1 = 3x - 2 \Rightarrow 4x^2 - 7x + 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{8} = \left\langle \begin{array}{l} 1 \\ \frac{3}{4} \end{array} \right.$$

Comprobación:

$2 - \sqrt{3-2} = 2 - 1 = 1$ **SI**

$\frac{6}{4} - \sqrt{\frac{9}{4} - 2} = \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$ **SI**

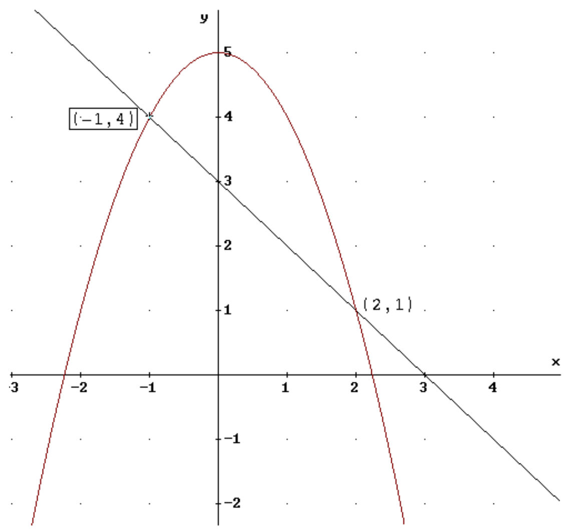
LUEGO, LA SOLUCIÓN ES $x = 0\ y\ x = \frac{3}{4}$

2.- $\left.\begin{array}{l} \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 3 \\ x + 2y = 12 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \frac{2x}{4} + \frac{y}{4} = \frac{12}{4} \\ x = 12 - 2y \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2x + y = 12 \\ x = 12 - 2y \end{array}\right\}$ por sustitución:

$$2(12 - 2y) + y = 12 \Rightarrow 24 - 4y + y = 12 \Rightarrow -3y = -12 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow x = 12 - 8 = 4$$

Solución: x = 4 , y = 4

3.- $\left.\begin{array}{l} x^2 + y = 5 \\ x + y = 3 \end{array}\right\}$ lo resolvemos primero



gráficamente: $\left.\begin{array}{l} y = -x^2 + 5 \\ y = 3 - x \end{array}\right\}$ son una parábola y una recta:

Parábola: $y = -x^2 + 5$

1) Mira hacia abajo

2) Vértice: $x = -\frac{0}{-2} = 0$ vértice (0, 5)

3) Corta eje OY en (0,5)

4) Corta eje OX:

$$-x^2 + 5 = 0 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$$

Analíticamente: $\left.\begin{array}{l} y = -x^2 + 5 \\ y = 3 - x \end{array}\right\} \Rightarrow -x^2 + 5 = 3 - x \Rightarrow -x^2 + x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{-2} = \left\langle \begin{array}{l} -1 \\ 2 \end{array} \right.$

Para $x = -1 \Rightarrow y = 3 - (-1) = 4$ Para $x = 2 \Rightarrow y = 3 - 2 = 1$

SOLUCIONES (-1, 4) y (2, 1)

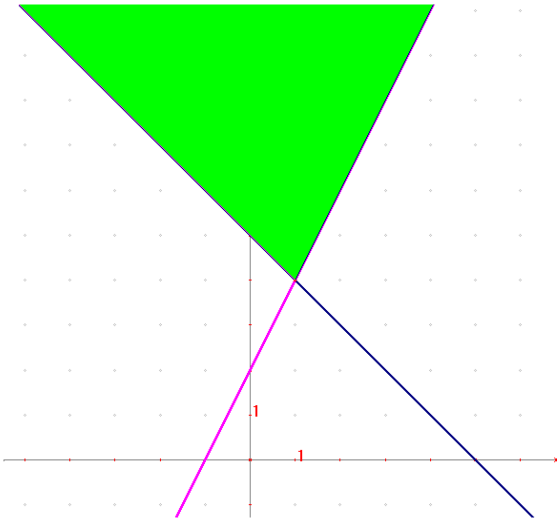
3.- a) $\frac{2x+1}{x-2}\cdot\frac{x^2+x-6}{x^2+3x}=\frac{(2x+1)(x^2+x-6)}{(x-2)(x^2+3x)}=\frac{(2x+1)(x-2)(x+3)}{(x-2)x(x+3)}=\frac{2x+1}{x}$

b) $\left(\frac{5}{x}-\frac{3x+2}{x+1}\right):\frac{x-3}{x^2+x}=\frac{5(x+1)-x(3x+2)}{x(x+1)}:\frac{x-3}{x^2+x}=\frac{5x+5-3x^2-2x}{x(x+1)}:\frac{x-3}{x^2+x}=$

$=\frac{(-3x^2+3x+5)(x^2+x)}{x(x+1)(x-3)}=\frac{(-3x^2+3x+5)x(x+1)}{x(x+1)(x-3)}=\frac{-3x^2+3x+5}{x-3}$

4.- $\left.\begin{matrix}x+y\geq 5\\ 2x-y<-2\end{matrix}\right\}$ Gráficamente, $\left.\begin{matrix}x+y=5\\ 2x-y=-2\end{matrix}\right\}\Rightarrow\left.\begin{matrix}y=5-x\\ y=2x+2\end{matrix}\right\}$

Representamos gráficamente las dos rectas:



Vemos el semiplano solución de cada una de las inecuaciones, por ejemplo comprobando si el punto (0,0) es solución, y luego la intersección de ambos semiplanos será la solución del sistema (zona en verde), incluida la semirrecta azul pero no la morada.

a) Puntos solución del sistema serán puntos de esa zona verde, por ejemplo: (1, 8), (1, 10), (2,25)
b) El punto (5,1) no es solución del sistema, pero el (0,7) si que lo es.

5.- a) $\frac{x-1}{3}-\frac{x+1}{2}<4\Rightarrow\frac{2(x-1)}{6}-\frac{3(x+1)}{6}<\frac{24}{6}$

$2x-2-3x-3<24\Rightarrow -x-5<24\Rightarrow -x<29\Rightarrow x>-29$ Solución: $(-29,+\infty)$

b) $-2x^2+x+6\geq 0$ para resolver esta inecuación de segundo grado, representamos gráficamente la parábola $y=-2x^2+x+6$

mira hacia abajo

Vértice: $x=-\frac{1}{-4}=0'25$

$y=-2(0'25)^2+0'25+6=6'125$

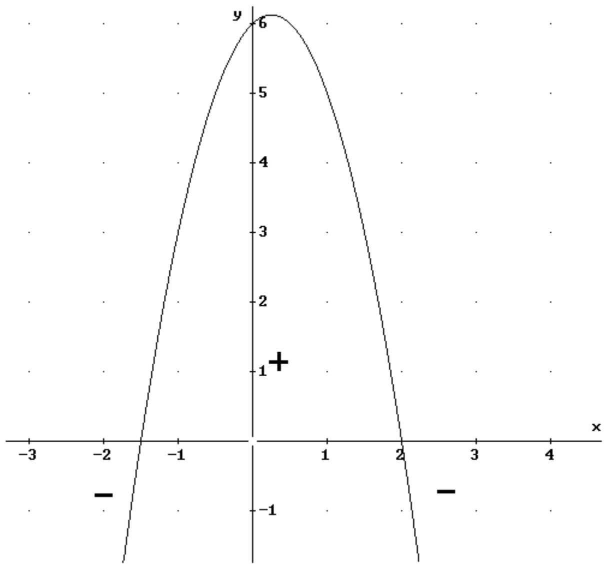
Vértice $(0'25, 6'125)$

Corte con los ejes:

Eje y: $x=0, y=6$

Eje x: $-2x^2+x+6=0$

$x=\frac{-1\pm\sqrt{49}}{-4}=\left\langle\begin{matrix}-\frac{3}{2}\\ 2\end{matrix}\right.$



SOLUCIÓN: $\left[-\frac{3}{2},2\right]$