

**EXAMEN PROBABILIDAD 2**

1.- Determina el valor de  $k$  en la siguiente distribución de probabilidad

$x_i$	1	2	4	8
$p_i$	0,15	$3k$	$k$	0,05

Halla la media y la desviación típica.

(1,5 puntos)

2.- Una urna,  $A$ , contiene tres bolas con los números 1, 2 y 3, respectivamente. Otra urna,  $B$ , tiene dos bolas, con los números 4 y 5. Elegimos una urna al azar, extraemos una bola y miramos el número obtenido.

a) Calcula la probabilidad de obtener un 2.

b) Calcula la probabilidad de obtener un número par.

(2 puntos)

3.- La probabilidad de que un determinado medicamento provoque reacción alérgica es de 0,02. Si se le administra el medicamento a 20 pacientes, calcula la probabilidad de que tengan reacción alérgica:

a) Al menos uno de ellos.

b) Más de 18.

Halla la media y la desviación típica.

(2 puntos)

4.- El nivel de colesterol en una persona adulta sana sigue una distribución normal  $N(192, 12)$ . Calcula la probabilidad de que una persona adulta sana tenga un nivel de colesterol:

a) Superior a 200 unidades.

b) Entre 180 y 220 unidades.

c) Si estudiamos 1000 personas adultas ¿cuántas podemos esperar que tengan un nivel de colesterol mayor de 200 unidades?

(2,5 puntos)

5.- Lanzamos un dado 300 veces. ¿Cuál es la probabilidad de que obtengamos más de 70 unos?

(2 puntos)

**SOLUCIONES**

1.-

$x_i$	1	2	4	8
$p_i$	0,15	3k	k	0,05

$$0,15 + 3k + k + 0,05 = 1 \Rightarrow 0,2 + 4k = 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow 4k = 0,8 \Rightarrow k = 0,2$$

Con lo que la tabla queda:

$x_i$	1	2	4	8
$p_i$	0,15	0,6	0,2	0,05

$$\mu = \sum x_i \cdot p_i = 1 \cdot 0,15 + 2 \cdot 0,6 + 4 \cdot 0,2 + 8 \cdot 0,05 = 2,55$$

$$\sigma = \sqrt{\sum p_i \cdot x_i^2 - \mu^2} = \sqrt{(0,15 \cdot 1 + 0,6 \cdot 4 + 0,2 \cdot 16 + 0,05 \cdot 64) - 2,55^2} = 1,56$$

2.- La probabilidad de escoger una urna (de dos) al azar será  $\frac{1}{2}$

$$a) p[\text{sacar un 2}] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$b) p[\text{sacar par}] = p[\text{sacar 2 ó 4}] = p[\text{sacar 2}] + p[\text{sacar 4}] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$

3.- Si llamamos  $x$ ="número de pacientes con reacción alérgica", se trata de una distribución binomial con  $n = 20$ ,  $p = 0,02 \rightarrow B(20; 0,02)$

$$a) p[x > 1] = 1 - p[x < 1] = 1 - p[x = 0] = 1 - 0,98^{20} = 0,332 \rightarrow p[x > 1] = 0,332$$

$$b) p[x > 18] = p[x = 19] + p[x = 20] = 20 \cdot 0,02^{19} \cdot 0,98 + 0,02^{20} = 1,03 \cdot 10^{-31} \approx 0$$

es decir, que es imposible.

Hallamos la media y la desviación típica:

$$\mu = np = 20 \cdot 0,02 = 0,4 \rightarrow \mu = 0,4 \quad \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{20 \cdot 0,02 \cdot 0,98} = 0,63$$

4.-

$$a) p[x > 200] = p\left[\frac{x - 192}{12} > \frac{200 - 192}{12}\right] = p[z > 0,67] =$$

$$= 1 - p[z \leq 0,67] = 1 - 0,7486 = 0,2514$$

$$b) p[180 < x < 220] = p\left[\frac{180 - 192}{12} < \frac{x - 192}{12} < \frac{220 - 192}{12}\right] =$$

$$= p[-1 < z < 2,33] = p[z < 2,33] - p[z < -1] =$$

$$= p[z < 2,33] - p[z > 1] = p[z < 2,33] - (1 - p[z \leq 1]) = 0,9901 - (1 - 0,8413) = 0,8314$$

$$c) \text{Según el apartado a) } p[x > 200] = 0,2514$$

luego, si son 1000 personas, tendremos que  $1000 \cdot 0,2514 = 251,4$  unas 251 personas tendrán el colesterol por encima de 200.

5.- Si llamamos  $x$  = "número de unos obtenidos", entonces  $x$  es una binomial con  $n = 300$ ,

$p = \frac{1}{6}$ , en la que tenemos que calcular  $p[x > 70]$ .

La calculamos aproximando con una normal:

La media de  $x$  es  $np = 300 \cdot \frac{1}{6} = 50$  y su desviación típica es  $\sqrt{npq} = 6,45$ .

$x$  es  $B\left(300, \frac{1}{6}\right) \rightarrow x'$  es  $N(50; 6,45) \rightarrow z$  es  $N(0, 1)$

$$\begin{aligned} [x > 70] &= p[x' \geq 70,5] = p\left[z \geq \frac{70,5 - 50}{6,45}\right] = p[z \geq 3,18] = \\ &= 1 - p[z < 3,18] = 1 - 0,9993 = 0,0007 \rightarrow p[x > 70] = 0,0007 \end{aligned}$$