

EXAMEN DE MATEMÁTICAS - 3º E.S.O. - SEPTIEMBRE 2012

RECUERDA: Escribe SIEMPRE los pasos que sigues para alcanzar la solución.

1) Opera y simplifica:

$$a) \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \div \frac{2}{5} + \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} =$$

$$b) \frac{3}{4} \left[\frac{6}{5} - \frac{2}{7} \left(1 + \frac{2}{5} \right) \right] =$$

2) Reduce la siguiente expresión haciendo uso de las propiedades de las potencias:

$$a) \frac{(2x^2y)^3 \cdot x^{-2}}{4x^4y^3 \cdot (y^{-2})^2}$$

$$b) \left(\frac{2}{3} \right)^7 \div \left[\left(\frac{2}{3} \right)^2 \right]^3 =$$

3) Opera, dejando el resultado en notación científica:

$$a) 1,75 \cdot 10^{-3} + 2,8 \cdot 10^{-4}$$

$$b) \frac{4,5 \cdot 10^3 - 1,3 \cdot 10^3}{3,1 \cdot 10^{-3}}$$

4) Resuelve la ecuación: $(x+1)(x-1) - \frac{6-5x}{3} = (x+2)^2$

5) Resuelve la ecuación:

$$\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{1-5x}{2} = \frac{7x-1}{4}$$

6) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} \frac{x-2}{2} + \frac{y+1}{4} &= 1 \\ \frac{2x+1}{3} - \frac{y-1}{2} &= \frac{2}{3} \end{aligned} \right\}$$

7) Calcula la suma de los 20 primeros múltiplos de 7.

8) Halla las ecuaciones de las rectas siguientes y represéntalas gráficamente:

a) Recta que pasa por los puntos A(-1, 2) y B (0, 3).

b) Recta que pasa por el punto P(-2, 0) y tiene pendiente -2.

9) La edad de Pedro es el triple que la de Juan, y dentro de quince años sólo será el doble. ¿Cuántos años tienen Pedro y Juan en la actualidad?

10) Calcula el área lateral, el área total y el volumen de un cono, sabiendo que el diámetro de la base mide 12cm y la generatriz 10cm.

PUNTUACIÓN: 1 PUNTO CADA EJERCICIO

SOLUCIÓN

1) Opera y simplifica:

$$a) \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \div \frac{2}{5} + \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{2}{3} - \frac{5}{6} + \frac{3}{10} = \frac{20}{30} - \frac{25}{30} + \frac{9}{30} = \frac{2}{15}$$

$$b) \frac{3}{4} \left[\frac{6}{5} - \frac{2}{7} \left(1 + \frac{2}{5} \right) \right] = \frac{3}{4} \left[\frac{6}{5} - \frac{2}{7} \cdot \frac{7}{5} \right] = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{6}{5} - \frac{2}{5} \right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$$

2) Reduce la siguiente expresión haciendo uso de las propiedades de las potencias:

$$a) \frac{(2x^2y)^3 \cdot x^{-2}}{4x^4y^3 \cdot (y^{-2})^2} = \frac{2^3x^6y^3x^{-2}}{4x^4y^3 \cdot y^{-4}} = \frac{2^3x^4y^3}{2^2x^4y^{-1}} = 2y^4$$

$$b) \left(\frac{2}{3} \right)^7 \div \left[\left(\frac{2}{3} \right)^2 \right]^3 = \left(\frac{2}{3} \right)^7 \div \left(\frac{2}{3} \right)^6 = \left(\frac{2}{3} \right)^{7-6} = \frac{2}{3}$$

3) Opera, dejando el resultado en notación científica:

a)

$$1,75 \cdot 10^{-3} + 2,8 \cdot 10^{-4} = 17,5 \cdot 10^{-4} + 2,8 \cdot 10^{-4} = (17,5 + 2,8)10^{-4} = 20,3 \cdot 10^{-4} = 2,03 \cdot 10^{-3}$$

$$b) \frac{4,5 \cdot 10^3 - 1,3 \cdot 10^3}{3,1 \cdot 10^{-3}} = \frac{3,2 \cdot 10^3}{3,1 \cdot 10^{-3}} = \frac{3,2}{3,1} \cdot 10^{3+3} = 1,032 \cdot 10^6$$

$$4) \text{ Resuelve la ecuación: } (x+1)(x-1) - \frac{6-5x}{3} = (x+2)^2 \rightarrow x^2 - 1 - \frac{6-5x}{3} = x^2 + 4x + 4$$

$$3x^2 - 3 - 6 + 5x = 3x^2 + 12x + 12 \rightarrow -7x = 21 \Rightarrow x = -3$$

5) Resuelve la ecuación:

$$\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{1-5x}{2} = \frac{7x-1}{4} \rightarrow \frac{x^2-2x+1}{4} - \frac{2-10x}{4} = \frac{7x-1}{4} \rightarrow x^2 - 2x + 1 - 2 + 10x = 7x - 1$$

$$x^2 - 2x + 10x - 7x - 1 + 1 = 0 \rightarrow x^2 + x = 0 \rightarrow x(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

6) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x-2}{2} + \frac{y+1}{4} = 1 \\ \frac{2x+1}{3} - \frac{y-1}{2} = \frac{2}{3} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{2x-4}{4} + \frac{y+1}{4} = \frac{4}{4} \\ \frac{4x+2}{6} - \frac{3y-3}{6} = \frac{4}{6} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x-4+y+1=4 \\ 4x+2-3y+3=4 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x+y=7 \\ 4x-3y=-1 \end{array} \right\}$$

Lo resolvemos por sustitución. Despejamos y en la primera ecuación $y = 7 - 2x$, sustituimos en la segunda: $4x - 3(7 - 2x) = -1 \rightarrow 4x - 21 + 6x = -1 \rightarrow 10x = 20$

$$x = \frac{20}{10} = 2 \rightarrow y = 7 - 4 = 3 \quad \text{Solución del sistema: } x = 2, \quad y = 3$$

7) Calcula la suma de los 20 primeros múltiplos de 7. Estos son 7, 14, 21, 28,.....

Es decir, una progresión aritmética de diferencia 7. Aplicamos la fórmula de la suma de los

$$20 \text{ primeros términos: } S_{20} = \frac{(a_1 + a_{20}) \cdot 20}{2}, \text{ necesitamos hallar } a_{20}$$

$$a_{20} = a_1 + 19d = 7 + 19 \cdot 7 = 140, \text{ la suma pedida será, por tanto:}$$

$$S_{20} = \frac{(a_1 + a_{20}) \cdot 20}{2} = \frac{(7 + 140) \cdot 20}{2} = 147 \cdot 10 = 1470$$

8) Halla las ecuaciones de las rectas siguientes y represéntalas gráficamente:

a) Recta que pasa por los puntos A(-1, 2) y B (0, 3). Hallamos primero la pendiente de esta

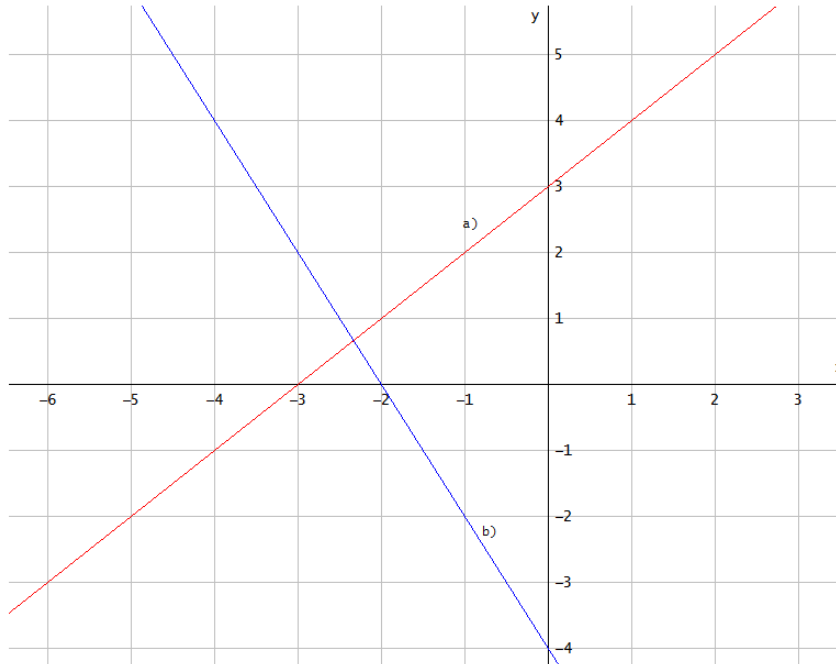
$$\text{recta: } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 2}{0 - (-1)} = 1, \text{ ecuación punto pendiente: } y = 1 \cdot (x - 0) + 3$$

$$\text{Ecuación de la recta pedida: } y = x + 3$$

b) Recta que pasa por el punto P(-2, 0) y tiene pendiente -2.

$$y = -2 \cdot (x + 2) + 0 \rightarrow y = -2x - 4$$

Gráficas:



9) La edad de Pedro es el triple que la de Juan, y dentro de quince años sólo será el doble. ¿Cuántos años tienen Pedro y Juan en la actualidad?

Edades	Ahora	Dentro de 15 años
Pedro	$3x$	$3x+15$
Juan	x	$x+15$

$$3x + 15 = 2(x + 15)$$

$$3x + 15 = 2x + 30 \rightarrow x = 15$$

Solución: Pedro tiene 45 años y Juan 15

10) Calcula el área lateral, el área total y el volumen de un cono, sabiendo que el diámetro de la base mide 12cm y la generatriz 10 cm.

Hallamos primero la altura del cono, aplicando el teorema de

$$\text{Pitágoras: } x^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64 \rightarrow x = 8 \text{ cm}$$

$$\text{Área lateral: } A_L = \pi r g = \pi \cdot 6 \cdot 10 = 60\pi \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total: } A_T = \pi r g + \pi r^2 = 60\pi + 36\pi = 96\pi \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen: } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 36 \cdot 8 = 96\pi \text{ cm}^3$$

